

**Exercice 1**

Soient  $a$  et  $b$  2 réels tels que  $a + b = 5$

1) a) Montrer que  $a^2 + b^2 \geq 10$

b) Montrer que  $|a + b| \geq 2\sqrt{5}$

2) Soient  $a = \sqrt{6 + \sqrt{11}}$  et  $b = \sqrt{6 - \sqrt{11}}$

On pose  $X = a + b$  et  $Y = a - b$

a) Calculer  $X^2$  et  $Y^2$ , en déduire les valeurs de  $X$  et  $Y$

b) Donner alors une écriture plus simple de  $a$  et  $b$

**Exercice 2**

Soit  $n$  un entier naturel.

1) Comparer  $\frac{n}{n+1}$  et  $\frac{n+1}{n+2}$

2) En déduire la comparaison des réels

$$X = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{47}{48} \quad \text{et}$$

$$Y = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{48}{49}$$

3) Calculer  $XY$ , en déduire que  $\frac{1}{7} \in ]X, Y[$

**Exercice 3**

Soit  $x, y, z$  et  $t$ , quatre réels telque  $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = xy + yz + zt + tx$

1) Montrer que  $(x - y)^2 + (z - t)^2 = (y - t)(z - x)$

2) Factoriser de même l'expression :  $(x - t)^2 + (y - z)^2$

Déduire alors  $x = y = z = t$

**Exercice 4**

1) Comparer  $1 + \sqrt{5}$  et  $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$

2) a) Soient  $a$  et  $b$  deux réels positifs. Montrer que  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$

b) En déduire que pour tous  $a, b$  et  $c$  réels positifs, on a :  $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$

**Exercice 5**

Soit  $a$  un réel telque  $a + \frac{1}{a}$  soit un entier

1) On suppose que  $a + \frac{1}{a} = 3$

$$\text{Calculer } a^2 + \frac{1}{a^2} \text{ et } a^3 + \frac{1}{a^3}$$

2) On suppose que  $a^3 + \frac{1}{a^3} = 110$

$$\text{Calculer } a + \frac{1}{a}$$

**Exercice 6**

Déterminer tous les entiers naturels  $x$  et  $y$  tels que

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{5}$$



في دارك... إتهون علمي قرابتة إصغارك